

**Probabilidades y Estadística (C)****Ejercicio 1**

Sea  $(X, Y)$  un vector aleatorio con densidad conjunta

$$f_{XY}(x, y) = \begin{cases} c(x + 3y^2) & \text{si } 0 \leq x \leq 1 \quad 0 \leq y \leq x \\ 0 & \text{cc} \end{cases}$$

- Hallar  $c$ .
- Hallar  $f_X$  y  $f_Y$ .
- Calcular  $a$  tal que  $P(Y \leq aX) = \frac{5}{7}a$ .
- ¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?

**Ejercicio 2**

Sea la función de densidad conjunta de las variables aleatorias  $X$  e  $Y$ :

$$f_{XY}(x, y) = \frac{1}{4}(1 + x^3y - xy^3)I_R(x, y)$$

siendo  $R = \{(x, y) : -1 \leq x \leq 1, -1 \leq y \leq 1\}$ .

- Probar que  $X \sim U(-1, 1)$  y  $Y \sim U(-1, 1)$ .
- Calcular  $P(X < Y^2)$ .
- ¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?

**Ejercicio 3**

Para el vector  $(X, Y)$  del **Ejercicio 1**, calcular

- $cov(X, Y)$
- $\rho(X, Y)$

**Ejercicio 4**

Un almacén tiene en su depósito 35 productos de cierto tipo, 15 de los cuales fueron proporcionados por el proveedor 1, 7 por el proveedor 2, y 13 por el proveedor 3. Se van a seleccionar al azar y sin reposición 2 de los productos del depósito. Sean las variables aleatorias

$X$ : Número de productos seleccionados que provienen del proveedor 1.

$Y$ : Número de productos seleccionados que provienen del proveedor 2.

- Hallar la función de probabilidad conjunta del vector  $(X, Y)$ .
- ¿Qué distribución tiene  $X$ ? E  $Y$ ?
- Hallar la covarianza entre  $X$  e  $Y$ .
- Hallar el coeficiente de correlación entre  $X$  e  $Y$ .
- ¿Son  $X$  e  $Y$  independientes?